

1) La velocità media di un corpo è definita come il rapporto tra lo spostamento del corpo Δs e l'intervallo di tempo Δt in cui avviene.

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

La velocità istantanea, è la velocità in un dato istante, è data dal valore limite a cui tende il rapporto $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ quando Δt tende a 0.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

L'accelerazione media di un corpo è il rapporto tra la variazione di velocità Δv del corpo e l'intervallo di tempo Δt in cui avviene.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

L'accelerazione istantanea, è l'accelerazione in un dato istante, è data dal valore limite a cui tende il rapporto $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ quando Δt tende a 0.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

2) $f(t) = t^3$
 $f'(t) = 3t^2$

$$f'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(t + \Delta t)^3 - t^3}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{t^3 + 3t^2\Delta t + 3t\Delta t^2 + \Delta t^3 - t^3}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t(3t^2 + 3t\Delta t + \Delta t^2)}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 3t^2 + 3t\Delta t + \Delta t^2 = 3t^2$$

$$3) \quad x(t) = 2t^5 + t^2 - 2 \sin(t^2) - 5$$

$$\begin{aligned} v(t) = x'(t) &= 2t^5 + t^2 - 2 \cos(t^2) \cdot 2t - 5 = \\ &= 10t^4 + 2t - 4t \cos(t^2) = \\ &= 2[5t^4 + t - 2t \cos(t^2)] \end{aligned}$$

$$x(t) = \cos^2[3t^{\frac{1}{2}}]$$

$$\begin{aligned} v(t) = x'(t) &= 2 \cos[3t^{\frac{1}{2}}] \cdot \cos[3t^{\frac{1}{2}}] \\ &= 2 \cos[3t^{\frac{1}{2}}] \cdot [-\sin[3t^{\frac{1}{2}}]] \cdot \frac{3}{2} t^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{-3 \cos[3t^{\frac{1}{2}}] \sin[3t^{\frac{1}{2}}]}{t^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$x(t) = \ln[1+t^3]$$

$$\begin{aligned} v(t) = x'(t) &= \frac{1}{1+t^3} \cdot 3t^2 \\ &= \frac{3t^2}{1+t^3} \end{aligned}$$

$$4) \quad x(t) = 5t^2 + 3t + 4$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2 - 0 = 2 \text{ sec}$$

$$\begin{aligned} v_{\text{ave}} &= \frac{x(t_1 + \Delta t) - x(t_1)}{\Delta t} = \frac{5(t_1 + \Delta t)^2 + 3(t_1 + \Delta t) + 4 - 5t_1^2 - 3t_1 - 4}{\Delta t} \\ &= \frac{20 + 6 + 4 - 4}{2} = \frac{26}{2} = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

$$v(t) = x'(t) = 10t + 3$$

$$v(2) = 20 + 3 = 23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a(t) = v'(t) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

5)

$$x_1(t) = v_1 t + x_0$$

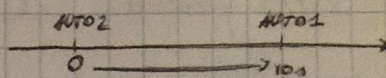
$$x_2(t) = \frac{1}{2} a_0 (t - t_0)^2 + v_0 (t - t_0)$$

Posizione AUTO 1 dopo 10s

$$x_1(10) = v_1 t = 27,7 \cdot 10 = 277 \text{ m} = x_0$$

$$v_1 = \frac{100 \text{ km}}{\text{h}} = 27,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_0 = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Dopo questo tempo si incontrano

$$x_1(t) = x_2(t)$$

$$v_1 t + x_0 = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t$$

$$\frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t - v_1 t - x_0 = 0$$

$$\frac{1}{2} 0,2 t^2 - 27,7 = 0$$

$$0,1 t^2 = 27,7$$

$$t = \sqrt{\frac{27,7}{0,1}} \approx 52 \text{ se}$$

Distanza dalla fontana

$$x_1(52) = v_1 t + x_0 = 27,7 \cdot 52 + 277 = 1717 \text{ m}$$

Velocità seconda auto

$$v_2(52) = a_0 t + v_0 = 0,2 \cdot 52 + 27,7 = 38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

6)

$$\Delta = 1 \text{ cm}$$

$$v_1 = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2\Delta} = \frac{(10^5)^2 - (5 \cdot 10^4)^2}{2 \cdot 0,01} = \frac{10^{10} - 25 \cdot 10^8}{0,02} = \frac{75 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-2}} = 37,5 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$7) a(t) = a_0 + a_1 t^2$$

$$a_0 = 0,02 \frac{m}{s^2}$$

$$a_1 = 0,005 \frac{m}{s^4}$$

$$v(t) = \int a(t) dt = a_0 t + a_1 \frac{t^3}{3} + c$$

$$v(3) = ?$$

$$x(3) = ?$$

$$x(t) = \int v(t) dt = \frac{a_0 t^2}{2} + a_1 \frac{t^4}{12} + c$$

$$v(3) = 0,02 \cdot 3 + \frac{0,005 \cdot 3^3}{3} = 0,06 + 0,045 = 0,105 \frac{m}{s}$$

$$x(3) = \frac{0,02 \cdot 3^2}{2} + \frac{0,005 \cdot 3^4}{12} = 0,09 + 0,03375 = 0,12375 m$$

8)

Parte 1: Uniformemente accelerato

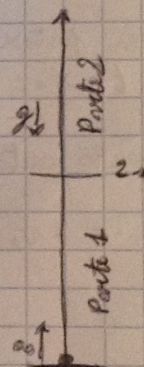
$$a_0 = 20 \frac{m}{s^2}$$

$$v(t) = at + v_0$$

$$x(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

$$v(2) = 20 \cdot 2 = 40 \frac{m}{s}$$

$$x(2) = \frac{1}{2} 20 \cdot 2^2 = 40 m$$



Parte 2: Uniformemente decelerato

$$v(t) = -gt + v_0$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$v_0 = 40 \frac{m}{s}$$

$$x(t) = -\frac{1}{2} gt^2 + v_0 t + x_0$$

$$x_0 = 40 m$$

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{40}{9,81} \approx 4 se$$

$$h_{max} = x(4) = -\frac{1}{2} 9,81 \cdot 4^2 + 40 \cdot 4 + 40 = -78 + 160 + 40 \approx 120 mm$$

$$x_0 = 0$$

$$v_0 = 0$$