Questionario di fisica n°6 — Michele Di Luca

Esercizio n°1

$\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3}$

$R = 2400\ km = 2400000\ m$

$\rho_M = \rho_T$

$g = G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow M_T = \frac{g R_T^2}{G}$

$\rho_T = \frac{3 g R_T}{4\pi G R_T^4} = \frac{3g}{4\pi G R_T} = 5{,}52 \cdot 10^3 \frac{Kg}{m^3}$

$\rho_M \simeq \rho_T$

$g_M = \frac{4}{3}\pi G \rho_M R_M = 3{,}66 \frac{m}{s^2}$

Velocità di fuga

$E_0 = \frac{1}{2} m v^2 - G\frac{M_M m}{R_M}$ $\quad E_B = \frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow$ minima velocità per raggiungere l'∞

$\frac{1}{2} m v^2 - G\frac{M_M m}{R_M} = 0$

$v_f^2 = 2\frac{G M_M}{R_M} \rightarrow 2 g_M R_M$

$v_f = \sqrt{2 g_M R_M} = 4200 \frac{m}{s} = 15.000 \frac{km}{h}$

Gravità su un pianeta di 240 km = 240000 m

$g_h = G\frac{M_M}{(R_M - h)^2} \rightarrow g_h = \left(1 + \frac{2h}{R_M}\right) = 4{,}40 \frac{m}{s^2}$

motions

Esercizio n°2

$$\frac{r^3}{T^2} = G\frac{M_T}{4\pi^2} \qquad T = 24h = 86400\,s$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}}$$

$$g = G\frac{M_T}{R_T^2} \rightarrow GM_T = gR_T^2$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{gR_T^2 T^2}{4\pi^2}} = 42\,150\ km$$

Esercizio n°3

$$\Delta E = W = E_2 - E_1$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{M_T}{r_1}$$

$m = 1000\ kg$

$r_1 = 40000\ km$

$r_2 = 60000\ km$

Dalla 3ª legge di Kepler ricavo la velocità e il periodo

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{gR_T^2}{4\pi^2} \longrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{gR_T^2}}$$

$$\longrightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$$

Orbita 1 → $T_1 = 79256\ s = 22h$ | Orbita 2 → $T_2 = 145603\ s = 40h$

$v_1 = 3171\ \frac{m}{s}$ | $v_2 = 2589\ \frac{m}{s}$

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{M_T}{r_1} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{gR_T^2}{r_1} = -4990\cdot 10^6$$

$E_2 = -3300\cdot 10^6$

$W = E_2 - E_1 = 1690\cdot 10^6\ J$

Esercizio n°4

$v_f^2 = 2 G \frac{M}{R_T}$ $\qquad v_0 = 20\% \, v_f$

$E_A = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M_T m}{R_T}$

$E_B = - G \frac{M_T m}{R'}$

$\rightarrow v^2 = [20\% v_f]^2 = [0,04 \cdot v_f^2] = 0,04 \cdot 2 G \frac{M}{R_T}$

$\frac{1}{2} m \, 0,04 \, 2 G \frac{M_T}{R_T} - G \frac{M_T m}{R_T} = - G \frac{M_T m}{R'}$

$0,04 \frac{G M_T}{R_T} - G \frac{M_T}{R_T} = - \frac{G M_T}{R'}$

$G \frac{M_T}{R_T} (0,04 - 1) = - G \frac{M_T}{R'}$

$\frac{(0,04 - 1)}{R_T} = - \frac{1}{R'} = \frac{R_T}{(0,04 - 1)} = - R'$

$R' = \frac{R_T}{1 - 0,04} = 6,6 \cdot 10^6 \, m$

Distanza dalla superficie

$d = R' - R_T = 6,6 \cdot 10^6 - 6400 \cdot 10^3 = 266 \, km$